

三维物体表面三角划分的遗传算法*

周 焰 李德华 王祖喜 胡汉平

(图象信息处理与智能控制国家教委开放研究实验室,华中理工大学图象识别与人工智能研究所,武汉 430074)

摘 要 提出了一种基于遗传算法的从给定平行截面线重建物体表面的方法。该算法利用了三维表面三角形划分和遗传算法的基本原理,使用多目标适应值函数,能够进行多个目标的优化从而满足不同的要求。算法还采用了新的交叉与变异算子——三维多边形交叉与三维四边形变异。

关键词 遗传算法 三维重建 三维表面三角划分 截面线点集

0 引 言

由物体表面三维空间点集通过三角划分的方法重建物体表面是计算几何的一个基本问题,它实际上是在物体表面进行三角形划分。目前在计算机三维重建领域中,很多三维信息获取方法都是获得物体表面的平行截面线,因此在这种情况下,可将问题转化为由物体的一组平行截面线重建其三维表面。

重建表面的构造并不唯一,需要从中选择与物体表面接近的解。为此,很多人都将其转化为组合优化问题,分别提出了各自的目标函数与相应的重建算法。按实现方法,大致有两类方法:一类是全局优化方法,例如,Keppel 提出以重建物体的体积最大为目标,并把三维重建转化为图的最小费用路径搜索,Fuchs 等以重建物体的表面积最小为目标^[8];另一类为基于推理的局部优化方法,首先选择轮廓线上的两点构成初始连接边,然后选择使某种局部度量最优的两点进行连接,逐步构成物体的表面,如Christiansen 等以连接边边长最小为准则^[7]。以上算法都有局限性,Sloan 等指出:对每个重建算法总可以构造反例,使重建表面不是人们通常所期望的解。目前的任何目标函数均难以保证在所有的情况下都能得到期望解。

文献[4]将模拟退火法应用于物体表面的三维重建问题,通过有向图路径顶点的局部交换进行求解,从而得到一种三维重建的统一方法。由于模拟

退火法本身对“温度”下降速度的要求,且实际应用中三维数据一般都很大,所以使算法达到最优解的时间很长。

遗传算法被广泛应用于解决搜索、优化、机器学习等方面的问题,这是因为它能在概率意义上找到全局最优解。遗传算法的思想来源于自然界生物的进化发展过程,即优胜劣汰,最终选择出最适应自然环境的物种。遗传算法正是模仿了生物的进化原理,并引用了随机统计理论而形成的,它能有效地解决复杂优化、组合优化等难题,并且由于遗传算法本身具有并行的特点,故可在并行计算机上实现大三维数据的快速重建问题。

文献[5]将遗传算法用于三维物体的单纯形划分,用遗传算法实现了三维点集的四面体划分。本文将此方法平行推到三维物体表面三角划分问题,来实现三维物体表面平行截面线点集的重建,并根据该问题的特点,构造了三维多边形交叉与三维四边形变异等新的算法。本文将详细阐述算法的基本原理及过程,并给出一些实验结果。

1 三维表面的三角形划分

算法的基本思想如下:对于一给定的2个三维表面点集 P_1 、 P_2 ,首先在 P_1 、 P_2 之间随机地产生 N 个 P_1 、 P_2 上合法的三角划分,我们称每个三角划分为一个串(string),这 N 个串构成了第一代群体。然

* 本文研究得到国家自然科学基金(No. 69775022)资助
收稿日期:1998-07-17;收到修改稿日期:1998-10-06

后,这些串被随机地配对并进行交叉,并由 p_c 控制交叉的概率,在交叉做完之后,开始进行个体的变异,并由 p_m 控制变异的概率,算法使用了新的交叉算子和变异算子——多边形交叉和四边形变异。经过交叉与变异,父代群体的 N 个串变成了 N 个新的串。选择算子会决定哪些串将被保留下来,从而形成下一代群体。就这样,每一代群体在经过交叉、变异、选择之后,都将被下一代群体取代,如此不断循环下去,直到满足收敛条件为止。最后,群体中最优的串即为算法的结果。

1.1 随机三角划分的产生

合法的三角划分必须使重建后表面无自交和缝隙,应当满足下面3个条件:

- (1) 每个三角形的3个顶点不能同时在同一个截面线点集 P_i ($i=1,2$)中;
- (2) 轮廓线的边 $p_{1i}p_{1,i+1}$ 或 $p_{2j}p_{2,j+1}$ 有且只有一个三角形经过;
- (3) 若某一三角形经过连接边 $p_{1i}p_{2j}$, 则必有另一三角形经过该边。

满足以上条件的三角划分称为是合法的。可以证明,在前面约束条件下的三角划分中的三角形个数是 $|P_1| + |P_2| - 2$ 。

设三角划分 T 是一个由有序点集 P_1 和 P_2 中的点构成的三角形所组成的有序集,那么随机三角划分的产生方法(如图1所示)是:

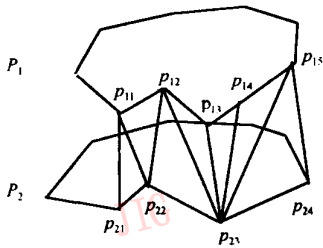


图1 截面线点集 P_1 、 P_2 上的随机三角划分示意图

- (1) 置 T 为空,分别从 P_1 和 P_2 中取得第一个点 p_{11} 和 p_{21} 构成当前连接边,然后在 P_1 或 P_2 中取第二个点 p_{i2} ($i=1$ 或 2 , 为 1 还是 2 是随机的)与当前连接边构成一个三角形,放入 T 中;

- (2) 以 $p_{j1}p_{2j}$ ($j \neq i$) 为当前连接边,用同样的方法在 P_1 或 P_2 中取出下一个点与其构成三角形放入 T 中;

- (3) 重复该过程直到有一个点集中的点被取完;

- (4) 另一点集中剩下的点依次与当前连接边生成三角形放入 T 中,就生成了一个有序点集 P_1 和 P_2 上的合法三角划分 T 。

将上面的算法运行 N 次,将会获得点集 P_1 和 P_2 上的 N 个随机三角划分,成为第一代群体。

1.2 适应值函数的设置

群体中的每个个体(串)都具有一个适应值(fitness Value),个体的性质越优,适应值就越大,它繁殖下一代的可能性也就越大。我们定义个体 T 的适应值函数 $f(T)$ 为一个多目标函数: $f(T) = (c_1, c_2, c_3, c_4) \cdot (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$, 其中 T 为任意一个三维表面三角划分, θ_1 为 T 中所有三角形的最小角的平均值, θ_2 为 T 中所有三角形的最小角的最小值, θ_3 为 T 中所有三角形最小角的方差, θ_4 为 T 中所有三角形的面积之和, $c_1 \sim c_4$ 为加权系数。

$$\theta_1 = \frac{1}{n+m-2} \sum_{i=1}^{n+m-2} \min(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \quad (1)$$

$$\theta_2 = \min_{i=1}^{n+m-2} \{ \min\{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i\} \} \quad (2)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{n+m-2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n+m-2} (\min(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) - \theta_1)^2} \quad (3)$$

$$\theta_4 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+m-2} (x_{i2} - x_{i1}, y_{i2} - y_{i1}, z_{i2} - z_{i1}) \cdot (x_{i3} - x_{i1}, y_{i3} - y_{i1}, z_{i3} - z_{i1}) \quad (4)$$

这里 $n = |P_1|$, $m = |P_2|$, 而 α_i, β_i 和 γ_i ($i=1,2,\dots, m+n-2$) 分别表示三角划分 T 中第 i 个三角形三个角的值; (x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}) , (x_{i2}, y_{i2}, z_{i2}) , (x_{i3}, y_{i3}, z_{i3}) 分别是 T 中第 i 个三角形的三个顶点坐标。而公式中的 $c_1 \sim c_4$ 表示相应的系数。

由于适应值函数是根据具体问题提出的,因此还可以提出其他的适应值函数。

1.3 交叉

双亲的染色体以交叉的方式产生子代染色体,从而使子代个体继承了双亲的遗传特性。通过选择,那些同时继承了双亲的优点的子代个体被保留下来,交叉是本算法寻找最优解的主要手段。

对2个三角划分进行交叉时,必须保证交叉后得到的是合法的三角划分。因此,本算法使用多边形交叉算子。给定截面线点集 P_1, P_2 上的2个三角

划分 T_1 与 T_2 , 多边形交叉是这样进行的:

(1) 首先, 在区间 $(0, 1)$ 上产生一个随机数, 如果它小于 p_c , 则转(2), 否则不进行交叉。

(2) 按照如下步骤找到 T_1 与 T_2 的最小交叉多边形(minimum crossover polygon, 简称 MCP): ① 在 T_1 中随机地搜索三角形 t , t 不在 T_2 中出现, 如果找不到这样的 t , 说明 T_1 与 T_2 完全一样, 它们没有 MCP, 交叉什么也不做; ② 在 T_1 中找到包含 t 的最小多边形, 它的所有边都既属于 T_1 , 又属于 T_2 (换句话说, MCP 的所有边都既是 T_1 中三角形的边, 又是 T_2 中三角形的边), 这个最小多边形就是 MCP, 如果 MCP 包含了 T_1 所有的三角形, 即 MCP 是截面线点集 P_1 、 P_2 的凸包, 说明 T_1 与 T_2 完全不同, 交叉什么也不做。否则, T_1 中所有位于 MCP 内部的三角形都不属于 T_2 , 反之, T_2 中所有位于 MCP 内部的三角形都不属于 T_1 。

(3) 交换 T_1 和 T_2 中所有位于 MCP 内部的三角形, 就得到 2 个新的三角划分 T'_1 和 T'_2 , 这样, T_1 和 T_2 之间的交叉完成了。

1.4 四边形变异

四边形变异就是把三维表面三角划分中, 能拼成一个凸四边形的 2 个相邻三角形变换成拼成同一个或另一个四边形的 2 个三角形, 而且变换必须使三角划分的性质得到改善, 也就是使它的适应值增大, 否则不进行变换。通过四边形变异, 可以去掉三角划分中具有很小角的那些三角形, 而得到一些新的形状较好的三角形, 如图 2 所示。将三维四边形 $ABCD$ 中的两个三角形 ABD 和 BCD 变换成三角形 ABC 和 ACD 。

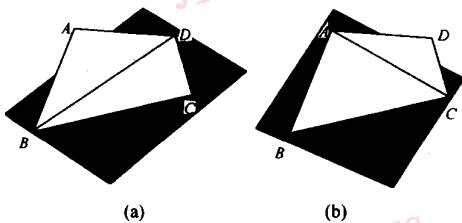


图 2 三维空间四边形变异示意图
(由图(a)的划分变异成(b)的划分)

1.5 选择

在该算法中, 每一代群体的个体数都是 N , 经过交叉与变异, 上一代的 N 个串变成了 N 个新的串。GA 的经典选择方法是用 N 个新的串完全取代 N 个老的串, 但这样容易造成振荡或收敛太慢。改进的方法是, 在每次进行选择时, 将原来的 N 个串与经过交叉和变异后得到的 N 个新串的适应值排序, 把 $2N$ 个串中适应值最大的 N 个串作为新一代的群体。这样就能把父代的适应值大的串保留下来, 于是在每次选择时都保留了上一代中性质较好的基因, 从而加速了算法的收敛。

1.6 收敛条件

当满足下列条件之一时, 算法停止工作:

- (1) 已经处理完 n_{\max} 代群体, n_{\max} 的值由预先给定。
- (2) 同一代群体中所有串的适应值都几乎相等。

1.7 控制参数

算法有 5 个主要的控制参数, 在算法执行之前就必须给定它们的值。这 5 个控制参数为: 解群大小 N (每一代群体中的个体数); 交叉概率 p_c ; 变异概率 p_m ; 以及 4 个加权系数 $c_1 \sim c_4$ 。

- (1) 解群大小 N

群大小 N 是算法的一个基本参数, 如果 N 选得太大, 则算法会收敛得太快而得到局部最优解。相反, 如果 N 选得太小, 又会使算法收敛太慢而导致长时间的等待, 一般情况下, N 取 20 ~ 60 之间比较合适。

- (2) 交叉概率 p_c , 变异概率 p_m

在算法寻找最优解的过程中, 交叉概率 p_c 和变异概率 p_m 始终控制着整个过程, 不合适的 p_c 和 p_m 将导致意想不到的后果。一般说来, GA 算法要求 p_c 比较大, 让各个串充分交叉, 从而使好的基因能够尽量结合; 而 p_m 则要求比较小, 否则算法收敛太快而落入于局部最优解。一般 p_c 在 0.25 ~ 0.9 之间, p_m 在 0.01 ~ 0.15 之间较为合适。

- (3) 加权系数 $c_1 \sim c_4$

通过调整 $c_1 \sim c_4$ 可以实现不同目标的优化:

- ① $c_1 \neq 0$, 而 $c_2 = c_3 = c_4 = 0$, 则 $f(T) = c_1 \times \theta_1$, 目标是使 T 中所有三角形的最小角的平均值最大;
- ② $c_2 \neq 0$, 而 $c_1 = c_3 = c_4 = 0$, 则 $f(T) = c_2 \times \theta_2$, 目标是使 T 中所有三角形的最小角的最小值最大;

③ $c_1 \neq 0, c_2 \neq 0$, 而 $c_3 = c_4 = 0$, 则 $f(T) = c_1 \times \theta_1 + c_2 \times \theta_2$, 目标是使 T 中所有三角形的最小角的平均值和最小角的最小值都尽量大;

④ $c_3 \neq 0$, 而 $c_1 = c_2 = c_4 = 0$, 则 $f(T) = c_3 \times \theta_3$, 目标是使 T 中所有三角形的最小角的分布最均匀;

⑤ $c_4 \neq 0$, 而 $c_1 = c_2 = c_3 = 0$, 则 $f(T) = c_4 \times \theta_4$, 目标是使 T 中所有三角形的面积的和最小。

一般在实际应用中,不要求四个目标同时达到,因为可能使算法产生振荡。可以根据具体情况选择适合自己要求的目标函数。

1.8 算法的主要流程

(1) 初始化组群大小 N 、交叉概率 p_c 、变异概率 p_m 等控制参数;

(2) 随机生成 N 个截面线点集 P_1, P_2 上的三角形划分(串);

(3) 对 N 个串中每两个串 t_i 和 t_j 按概率 p_c 进行交叉,得到新串 t'_i 和 t'_j ;

(4) 对 t'_i 和 t'_j 按概率 p_m 进行变异;

(5) 计算原来的 N 个串和通过交叉与变异后得到的 N 个新串的适应值;

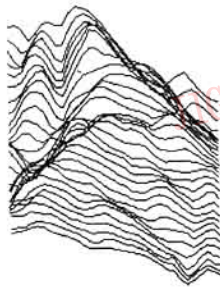
(6) 保留适应值最大的 N 个串,从而形成子代的 N 个新串;

(7) 如果同一代中的 N 个串的适应值的方差小于事先给定的数 ϵ , 或者迭代的次数达到给定代数,则转 h ; 否则转 c ;

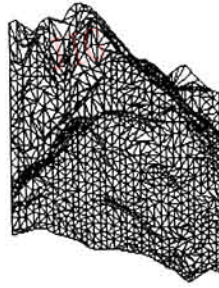
(8) 结束。

2 实验结果

图 3(a)是一个山地地形表面的剖切面线图,图 3(b)是用本算法得出的网格图,其中适应函数中 $c_3 = c_4 = 0$, 即适应函数为 $f(T) = c_1 \times \theta_1 + c_2 \times \theta_2$; 其中 $c_1 = 5.0, c_2 = 5.0$, 而算法中的交叉概率 $p_c = 0.9$, 变异概率 $p_m = 0.1$, 组群大小 $N = 40$ 。



(a) 某地地形剖切面线图



(b) 利用本算法在(a)中每相邻两条线之间三角化后得到的网格图

图3 山地地形表面的三角划分

图 4(a)是一个人头表面的横截面线图(后侧面),图 4(b)是用本算法得出的网格图,其中适应函数中 $c_3 = c_4 = 0$, 即适应函数为 $f(T) = c_1 \times \theta_1 + c_2 \times \theta_2$; 其中 $c_1 = 5.0, c_2 = 5.0$, 而算法中的交叉概率 $p_c = 0.75$, 变异概率 $p_m = 0.15$, 组群大小 $N = 100$ 。

以上两个实验均在 PII233 计算机上用 C++ Builder 编程通过。

3 讨论

本算法利用三维表面三角形划分和遗传算法的

基本原理进行三维重建,使用了多目标适应值函数,能够进行最小表面积、最大最小角等多个目标的优化,从而满足不同的要求。对算法适应值计算稍作改动,还可以进行最大体积等目标的优化。另外,算法还采用了新的交叉与变异算子——三维多边形交叉与三维四边形变异。

本算法以一种演化的方式进行优化,如果参数取得合适,可以在概率意义上达到最优。在组群大小一定的情况下,可以通过调节 p_m 和 p_c 来控制收敛时间,如果组群太大,或 p_m 和 p_c 取的不和适,可能会使收敛时间过长或发生振荡,所以在实际应用

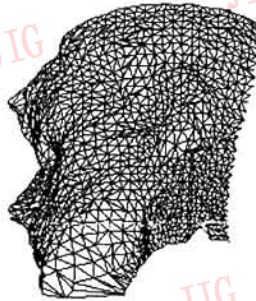
中,还需要通过控制遗传代数来强制结束。

本算法仅仅考虑了在2个截面线点集之间进行三维重建,但实际上并不总能得到三维物体的截面线点集,例如对由匹配方法或激光测距得到的点的重建问题。对这种情况应用GA算法的困难在于三

角划分的合法性判定,而本文的算法是将问题约束到2个截面线点集 P_1 、 P_2 之间,而用使 P_1 、 P_2 有序的约束解决了合法性问题。



(a)人头表面截图(后侧面)



(b)利用本算法在(a)中每相邻两条线之间三角化后得到的网格图

图4 人头表面模型的三角划分

参 考 文 献

- 1 Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimizing and Machine Learning. Addison Wesley, 1989.
- 2 Srinivas M, Patnaik L M. Genetic algorithms a survey. IEEE Computer, 1994, 27(6):17~26.
- 3 Joe B. Delaunay versus max-min solid angle triangulation or three-dimensional mesh generation. Int J Number Methods Eng, 1991, 31: 987~997.
- 4 陈凌均,金建荣,汪国昭.三维重建的统一方法——模拟退火法.计算机学报, 1997, 20(12).

- 5 秦开怀,吴 边,关右江,等.三维单纯形划分的遗传算法.中国科学(E辑),1997,27(1).
- 6 Choi Y K, Park K H. A heuristic triangulation algorithm for multiple planar contours using an extended double branching procedure. Visual Computer, 1994, 10:372~387.
- 7 Christian H N, Sederberg T W. Conversion of complex contour line definition into polygonal element mosaics. Computer Graphics, 1978, 12(3): 187~192.
- 8 Keppel E. Approximating complex surface interpolation technique for reconstruction 3D objects from serial cross-sections. CVGIP, 1989, 48(1):124~143.



周 焰 1966年生,1988年于武汉大学获计算机系统结构专业学士学位,1991年在海军工程学院获计算机应用专业硕士学位,现为华中理工大学模式识别与智能控制专业博士研究生。主要研究方向为图象处理与模式识别,人工智能,思维科学,非线性动力学,神经网络,多媒体技术。



李德华 1946年生,教授,博士生导师。华中理工大学图象识别与人工智能研究所人工智能研究室主任,国家基础研究“攀登计划”认知科学若干重大前沿问题研究项目专家委员会委员,国务院政府特殊津贴获得者。



王祖喜 1964年生,华中理工大学模式识别与智能控制专业博士研究生。主要研究方向为人工智能,思维科学,图象处理与模式识别,非线性动力学,应用数学。

胡汉平 1962年生,博士,华中理工大学图象所讲师。

The Application of Genetic Algorithm in Triangulation of 3D Object Surface

Zhou Yan, Li Dehua, Wang Zuxi and Hu Hanping

(State Commission Research Laboratory of Image Processing and Intelligent Control, Institute of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract Based on Genetic Algorithm, an algorithm of 3D objects' surface reconstruction from a group of planar contours representing cross-section through is proposed. By use of the basic principles of GA and the triangulation of 3D objects' surface, it can optimize the triangulation of 3D objects' surface to meet the various needs with multi-objective fitness value function. 3D polygon crossover and 3D quadrilateral mutation are introduced.

Keywords Genetic algorithm, 3D reconstruction, Triangulation of 3D surface of object, Point set of contour of cross-section plane

益世公司的高性能 3D 图形板应用在惠普的基于 Intel 奔腾 III 处理器的 Kayak PC 工作站上

1999年5月14日益世公司(E&S[®])宣布惠普将在其新推出的基于 Intel 奔腾 III 处理器的 Kayak PC 工作站使用益世为 AccelGALAXY 图形子系统开发的 DYNAMICgeometry™ 驱动软件。

益世公司的驱动软件构架充分利用了 Intel 新的单指令多数据 SIMD 扩展性能。在其图形板上装有 DYNAMICgeometry 驱动软件的惠普 Kayak PC 工作站的用户将体会到几何图形应用方面的一系列显著的性能提高。

“惠普 Kayak PC 工作站在装了益世公司为 P III 处理器设计的先进的驱动软件后,其 3D 图形处理能力将更强大,这使我们的用户受益匪浅。惠普 Kayak PC 工作站部总经理 Jean-Charles Miard 说。

在最初的基准问题测试中,装有 DYNAMICgeometry 的 AccelGALAXY 图形板的性能指数平均提高 20% 到 80%,一些性能超过 100%。几何处理应用指标越高,性能提高的就越大(基准问题测试结果可查看益世公司网页)。益世公司将在今后几周内针对特殊应用,公布其它结果。

“惠普公司是较早为其 Windows NT 平台采用高性能图形系统的公司之一,他们已连续五次为其专业工作站选用以 REALimage 芯片技术为基础的图形板,”益世公司工作站部副总裁 Rick Maule 说。

DYNAMICgeometry™ 具有很大的灵活性,可以根据未来的高性能处理器、多处理器系统和图形板内置可编程几何处理器的配置自动扩展系统的图形处理能力。可编程的驱动软件可以自动检查工作站资源,如果配置了一个 P III 处理器,驱动软件将使用其 SIMD 指令集;如果配置了多个 P III 处理器,驱动软件将使用它们所有的 SIMD 指令集。当配置了益世公司即将推出的硬件可编程几何加速图形板时,DYNAMICgeometry™ 驱动软件除充分利用 SIMD 指令集的能力外,还将自动利用图形板的图形处理能力,从而图形处理工作将以动态分配方式进行,以便使系统达到最佳图形性能。